NGUYỄN TIẾN CHINH - VINASTUDY.VN

TỔ HỢP - XÁC SUẤT

P.I:CÁC PHÉP ĐẾM

THÂN TẶNG CÁC EM - CHÚC CÁC EM HỌC GIỎI

HÃY SỐNG CÓ KHÁT VỌNG,CÓ NIỀM TIN VÀO BẢN THÂN
CÁC EM SẼ THÀNH CÔNG!

I.Quy tắc nhân

Một công việc H được thực hiện qua K giai đoạn H_1, H_2 ,H_3 ….H_k ,trong đó:

Giai đoạn H_1 có n_1 cách thực hiện

Giai đoạn H_2 có n_2 cách thực hiện

Giai đoạn H_3 có n_3 cách thực hiện

…………………………………….

Giai đoạn H_k có n_k cách thực hiện

Khi đó để hoàn thành công việc H phải thực hiện đồng thời K giai đoạn thì suy ra có ($n_1.n_2.n_3….n_k$) cách để hoàn thành công việc H

Ví dụ 1:Đề thi cuối khó môn toán khối 12 ở một trường trung học gồm hai loại đề tự luận và trắc nghiệm.Một học sinh dự thi phải thực hiện hai đề thi gồm 1 tự luận và một trắc nghiệm,trong đó tự luận có 12 đề, trắc nghiệm có 15 đề.Hỏi mỗi học sinh có bao nhiêu cách chọn đề thi?

Giải:

- Số cách chọ 1 đề tự luận là 12 cách
- Số cách chọn 1 đề trắc nghiệm là 15 cách

Vì một học sinh phải làm đồng thời 2 loại đề nên có tất cả 12.15 = 180 cách chọn đề thi

Ví dụ 2:Cho tập hợp A = {1,2,3,5,7,9}

a. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau
b. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm có 5 chữ số đôi một khác nhau

Giải:

a. Gọi số tự nhiên gồm 4 chữ số là: n = $\overline{a_1a_2a_3a_4}$

Để có số n ta phải chọn đồng thời a_1,a_2,a_3,a_4 trong đó:

- a_1 có 6 cách chọn
- a_2 có 5 cách chọn
- a_3 có 4 cách chọn
- a_4 có 3 cách chọn

Vậy có 6.5.4.3 = 360 số n cần tìm

b.Gọi số tự chẵn có 5 chữ số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ trong đó

- a_5 chỉ có 1 cách chọn (bằng 2)
- a_1 có 5 cách chọn
- a_2 có 4 cách chọn
- a_3 có 3 cách chọn
- a_4 có 2 cách chọn

Vậy số n cần tìm là:1.2.3.4.5 = 120 số

Ví dụ 3:Cho tập A = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}.Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập A

Giải:

Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ trong đó:

- a_1 có 9 cách chọn(vì $a_1 \neq 0$)
- a_2 có 9 cách chọn
- a_3 có 8 cách chọn
- a_4 có 7 cách chọn
- a_5 có 6 cách chọn

Vậy có tất cả 9.9.8.7.6 = 27216 cách

Ví dụ 4:Cho tập A = {0,1,2,3,4,5,6,7,8}

a. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gòm 5 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số này lẻ,chia hết cho 5
b. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số đứng cuối chia hết cho 4

Giải:

a. Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ trong đó:

số n lẻ,chia hết cho 5 nên $a_5 = 5$

- a_1 có 5 cách chọn(vì $a_1 \neq 0, \neq 5$)
- a_2 có 5 cách chọn
- a_3 có 4 cách chọn
- a_4 có 3 cách chọn

Vậy có tất cả 5.5.4.3 = 300 số

b.Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ trong đó:

Vì chữ số cuối cùng chia hết cho 4 nên $a_6 = 8$ hoặc $a_6 = 0$ ta chia làm hai trường hợp

Trường hợp 1 a_6 =8

- a_1 có 5 cách chọn(vì $a_1 \neq 0, \neq 8$)
- a_2 có 5 cách chọn
- a_3 có 4 cách chọn
- a_4 có 3 cách chọn
- a_5 có 2 cách chọn

Vậy có 5.5.4.3.2 = 600 số

Trường hợp 2: $a_6 = 0$

- a_1 có 6 cách chọn
- a_2 có 5 cách chọn
- a_3 có 4 cách chọn
- a_4 có 3 cách chọn
- a_5 có 2 cách chọn

$\Rightarrow$ có 6.5.4.3.2 = 720 số

Vậy có tất cả:600 + 720 = 1320 số

Ví Dụ 5: Cho tập A = {1,2,3,4,5,6,8,9}

a.Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau và > 50.000

b. Từ tập A có thể lậ được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số đứng ở vị trí thứ 3 chia hết cho 5 và chữ số cuối lẻ

Giải:

a. Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Vì n > 50.000 nên a_1 có thể chon trong các chữ số {5,6,8,9}

- a_1 có 4 cách chọn
- a_2 có 7 cách chọn
- a_3 có 6 cách chọn
- a_4 có 5 cách chọn
- a_5 có 4 cách chọn

Vậy có 4.7.6.5.4 = 3360 số cần tìm

b. Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ theo đề ta có :

- a_3 chia hết cho 5 nên a_3 = 5,chữ số cần tìm là số lẻ $\Rightarrow$ a_6 = {1,3,9} có 3 cách chọn
- a_1 có 6 cách chọn
- a_2 có 5 cách chọn
- a_4 có 4 cách chọn
- a_5 có 3 cách chọn

vậy có tất cả: 3.6.5.4.3 = 1080 số cần tìm

Ví dụ 7: Cho tập A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9} Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ sô đôi một khác nhau sao cho chữ số 2 luôn có mặt

Giải:

Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ để có được số n ta làm hai bước sau :

1. chọn vị trí cho chữ số 2: có 5 vị trí
2. Chọn 4 chữ số còn lại - Do vai trò 5 số này giống nhau nên ta giả sử a_1 =2 ta có:

- a_1 có 1 cách chọn
- a_2 có 8 cách chọn
- a_3 có 7 cách chọn
- a_4 có 6 cách chọn
- a_5 có 5 cách chọn

Vậy có tất cả 5(8.7.6.5) = 8400 số cần tìm

Ví dụ 8: Cho tập A = {0,1,2,3,4,5,6}

a. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số này không bắt đầu bằng 246
b. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số 1 có mặt đúng một lần.

Giải:

a. Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

1. Chọn tùy ý :

- a_1 có 6 cách chọn(vì $a_1 \neq 0$)
- a_2 có 6 cách chọn

- a_3 có 5 cách chọn
- a_4 có 4 cách chọn
- a_5 có 3 cách chọn
- a_6 có 2 cách chọn

⇒ có 6.6.5.4.3.2 = 4320 số có 6 chữ số đôi một khác nhau

2. Chọn số có 6 chữ số bắt đầu từ 246

- a_4 có 4 cách chọn
- a_5 có 3 cách chọn
- a_6 có 2 cách chọn

⇒ 4.3.2 = 24 số bắt đầu bằng 246

Vậy ycbt = tùy ý - phần bù = 4320 - 24 = 4296 số cần tìm

b.Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Trường hợp 1: nếu a_1 = 1 thì số cần tìm có dạng n = $\overline{1a_2a_3a_4a_5}$

- a_2 có 6 cách chọn
- a_3 có 5 cách chọn
- a_4 có 4 cách chọn
- a_5 có 3 cách chọn

⇒ có 6.5.4.3= 360 số

Trường hợp 2: Nếu $a_1 \neq 1$ta có

- a_1 có 5 cách chọn(vì $a_1 \neq 0$)
- có 4 vị trí cho số 1 giả sử a_2 = 1
- a_3 có 5 cách chọn
- a_4 có 4 cách chọn
- a_5 có 3 cách chọn

⇒ có 5.4.5.4.3 = 1200 số cần tìm

⇒ vậy 1200 + 360 = 1560 kết quả

Ví dụ 9: cho tập A= {0,1,2,3,4,5,6}

Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số 2 và 5 không đứng cạnh nhau

Giải:

1. Tìm Số có 5 chữ số khác nhau đôi một tùy ý là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

- a_1 có 6 cách chọn(vì $a_1 \neq 0$)
- a_2 có 6 cách chọn
- a_3 có 5 cách chọn
- a_4 có 4 cách chọn
- a_5 có 3 cách chọn

⇒ có 6.6.5.4.3 = 2160 số

2. Tìm số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một và 2,5 đứng cạnh nhau

Giả sử 2,5 là một chữ số a nào đó do vậy ta đi tìm số có 4 chữ số

Trường hợp 1:

- a_1 = a
- a_2 có 5 cách chọn
- a_3 có 4 cách
- a_4 có 3 cách

⇒ có 5.4.3 = 60 số

Trường hợp 2:

- $a_1 \neq$ a nên a_1 có 4 cách chọn ($a_1 \neq 0,2,5$)
- có 3 vị trí cho số a giả sử a_2 = a
- a_3 có 4 cách
- a_4 có 3 cách

⇒ có 4.3.4.3 = 204 mà 2,5 có thể đổi chỗ cho nhau nên ta đc 204.2 = 408 số

Vậy YCBT = 2160 - 408 = 1572 cách

-có 4 vị trí cho a

II. Qui tắc cộng:

Một công việc H bao gồm K công việc H_1, H_2 ,H_3 ….H_k,trong đó:

Giai đoạn H_1 có n_1 cách thực hiện

Giai đoạn H_2 có n_2 cách thực hiện

Giai đoạn H_3 có n_3 cách thực hiện

……………………………………….

Giai đoạn H_k có n_k cách thực hiện

Khi đó để hoàn thành công việc H chỉ phải thực hiện 1trong các công việc trên thì suy ra có (n_1+ n_2 + n_3 + n_k) cách để hoàn thành công việc H

Ví dụ 1: Một nữ sinh trung học khi đến trường có thể chọn một trong hai bộ trang phục là quần trắng áo dài hoặc quần xanh áo sơ mi.

Nữ sinh có 7 chiếc quần trắng, 5 áo dài, 4 quần xanh và 6 áo sơ mi thì có bao nhiêu cách chọn trang phục:

Giải:

- Nữ sinh được chọn một trong hai bộ trang phục

Trường hợp 1: Quần trắng + áo dài

- có 7 cách chọn quần trắng
- 5 cách chọn áo dài

⇒ có 5.7 cách chọn bộ trang phục thứ nhất

Trường hợp 2: Quần xanh + áo sơ mi

- có 4 cách chọn quần xanh
- có 6 cách chọn áo sơ mi

⇒ có 4.6 = 24 cách chọn bộ trang phục thứ 2

Vậy theo quy tắc cộng thì nữ sinh có 35 + 24 = 59 cách

Ví dụ 2: Cho tập A = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

a. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau
b. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số có 6 chữ số khác nhau sao cho các số này chia hết cho 5

Giải:

a.Tìm Số có 5 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

- a_5 = {1,3,5,7,9} có 5 cách chọn

- a_1 có 8 cách chọn(vì $a_1 \neq 0$)
- a_2 có 8 cách chọn
- a_3 có 7 cách chọn
- a_4 có 6 cách chọn

Vậy ta được 5.8.8.7.6 = 13440 số

b.Tìm Số có 6 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Vì số này chia hêt cho 5 nên $a_6 = \{0,5\}$

Trường hợp 1: $a_6 = 0$

- a_1 có 9 cách chọn
- a_2 có 8 cách chọn
- a_3 có 7 cách chọn
- a_4 có 6 cách chọn
- a_5 có 5 cách chọn

$\Rightarrow$ có 9.8.7.6.5 = 15120 số

Trường hợp 2:$a_6 = 5$

- a_1 có 8 cách chọn (vì $a_1 \neq 0$)
- a_2 có 8 cách chọn
- a_3 có 7 cách chọn
- a_4 có 6 cách chọn
- a_5 có 5 cách chọn

$\Rightarrow$ có 8.8.7.6.5 = 13440 số

Vậy thu được 15120 + 13440 = 28560 số cần tìm

Ví dụ 3: Cho tập A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

a. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 5 chữ số mà ko chia hết cho 5

b. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số mà chữ số thứ 3 luôn lẻ

Giải:

a.Tìm Số có 5 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Vì số này lẻ, không chia hêt cho 5 nên $a_5 = \{1,3,7,9\}$

- a_5 có 4 cách chọn
- a_1 có 8 cách chọn
- a_2 có 7 cách chọn
- a_3 có 6 cách chọn
- a_4 có 5 cách chọn

$\Rightarrow$ số cần tìm là 4.8.7.6.5 = 6720 số

b.Tìm Số có 6 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

- Vì chữ số thứ 3 luôn lẻ,$a_3 = \{1,3,5,7,9\}$ a_3 có 5 cách chọn
- Chữ số này là số chẵn nên $a_6 = \{2,4,6,8\}$ có 4 cách chọn
- a_1 có 7 cách chọn
- a_2 có 6 cách chọn
- a_4 có 5 cách chọn
- a_5 có 4 cách chọn

$\Rightarrow$ số cần tìm là 5.4.7.6.5.4 = 16800 số

Ví dụ 4 :Cho tập A = {1,2,3,4,5,6}

a. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số 2 có mặt đúng một lần
b. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm có 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng ba chữ số sau 1 đơn vị
c. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số đứng ở giữa và ở cuố đều lẻ

Giải:

a. Tìm Số chẵn có 4 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4}$

- Trường hợp 1: $a_4 = 2$
- a_1 có 5 cách chọn
- a_2 có 4 cách chọn
- a_3 có 3 cách chọn

$\Rightarrow$ số cần tìm là 5.4.3 = 60 số

Tường hợp 2 : $a_4 \neq 2$ nên có 2 cách chọn {4,6},số 2 có 3 vị trí giả sử $a_1 = 2$

- a_1 có 1 cách chọn
- a_2 có 4 cách chọn
- a_3 có 3 cách chọn

$\Rightarrow$ có 2.3.4.3.1 = 72 số

Vậy có 60 + 72 = 132 số cần tìm

b.Số có 6 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Theo đề $a_1 + a_2 + a_3 + 1 = a_4 + a_5 + a_6$

Mà $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 21$

Vậy $a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Từ tập A ta chọn bộ ba số a_1 ,a_2,a_3 sao cho $a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Ta có (1,3,6);(2,3,5);(1,4,5)

Do đó với mỗi bộ thì a_1 có 3 cách chọn,a_2 có 2 cách,a_3 có 1 cách nên ta đc 3.2.1 = 6 số

Do cả ba bộ chọn giống nhau nên được 18 số cần tìm

c.Số có 5 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Vì chữ số đứng giữa và cuối đều lẻ nên a_3,a_5 = {1,3,5}

a_3 có 3 cách chọn

a_5 có 2 cách

a_1 có 4 cách chọn

a_2 có 3 cách chọn

a_4 có 2 cách chọn

Vậy có 3.2.4.3.2 = 144 số như vậy

<u>Ví dụ 5</u>: Từ các số 0,1,2,3,4,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số trong đó hai chữ số liền kề nhau phai khác nhau

Giải

Số có 4 chữ số là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ ($a_1 \neq a_2 \neq a_3 \neq a_4$)

a_1 có 7 cách chọn ($a_1 \neq 0$)

a_2 có 7 cách chọn ($a_1 \neq a_2$)

a_3 có 7 cách chọn ($a_2 \neq a_3$)

a_4 có 7 cách chọn ($a_3 \neq a_4$)

Vậy có tất cả 7.7.7.7 = 2401 số

CHỈNH HỢP

1.Định Nghĩa và công thức

Cho tập A gồm n phần tử khác nhau đôi một.Từ tập n rút ra k phần tử khác nhau đôi một rồi sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó thì được chỉnh hợp chập k của n phần tử

Công thức $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

2.Phương pháp chung để giải bài toán về chỉnh hợp

Bước 1:Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2...a_n}$

Bước 2: Liệt kê các tính chất mà số n cần thỏa mãn

Bước 3:Xử lý tính chật đó bằng cách chọn các chữ số thỏa mãn

Bước 4: Đếm lại số phần tử còn lại trong tập hợp A bằng cách lấy số phần tử A ban đầu - các phần tử đã có mặt trong các tính chất của tập hợp mới A'

Bước 5: Chọn các chữ số còn lại ko có tính chất lấy từ tập A'

Bước 6: Áp dụng hai qui tắc cơ bản để có kết quả

3. Các dạng toán

Dạng 1 - Tập hợp A không chứa số 0

Ví dụ 1:Cho tập A = {1,2,3,4,5,6,7}

a. Có bao nhiêu số gồm có 5 chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập A
b. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 6 chữ số đôi một khác nhau
c. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho tổng hai chữ số đầu và cuối chia hết cho 10

Giải:

a.Số có 5 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Năm chữ số này được chọn từ A,đôi một khác nhau và sắp xếp theo một thứ tự nhất định nên số cần tìm là chỉnh hợp chập 5 của 7 phần tử

$$A_7^5 = \frac{7!}{(7-5)!} = 2520 \text{ số}$$

b.Số có 6 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

vì n là số chẵn nên a_6 = {2,4,6} có 3 cách chọn

chọn 5 chữ số còn lại từ tập có 7 - a_6 = 6 phần tử ta có $A_6^5 = \dfrac{6!}{(6-5)!} = 720$

Vậy có tất cả 3. A_6^5 = 2160 số

c.Số có 6 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

theo giả thiêt a_1 + a_6 =10 nên bộ 2 số này có thể là {(3,7);(4,6)

- ứng với mỗi bộ a_1 có 2 cách chọn,a_6 có 1 cách nên số cách là 2.2.1
- chọn 4 chữ số còn lại trong tập co 5 chữ số ta được $A_5^4 = \dfrac{5!}{(5-4)!} = 120$

Vậy có tất cả 2.2.1.120 = 480 số cần tìm

<u>Ví dụ 2</u>:Cho tập A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số có 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ

Giải:

Số có 6 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

- Chọn 3 chữ số chẵn trong tổng 4 chữ số ta được $A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$

- Chọn 3 chữ số lẻ trong tổng 5 chữ số lẻ ta có $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$

Vậy có 24.60 = 1440 số cần tìm

<u>Ví dụ 3</u>Cho tập A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

<u>a.</u> Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm có 6 chữ số đôi một khác nhau

<u>b.</u> Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm có 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số đầu lẻ, chữ số cuối chẵn

<u>c.</u> Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm có 5 chữ số khác nhau đôi một sao chữ số đầu và cuối đều chẵn

Giải:

a. Số có 6 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Vì n là số lẻ nên a_6 = {1,3,5,7,9} ⇒ a_6 có 5 cách chọn,

- Chọn 5 chữ số còn lại trong tổng 8 số còn lại ta được $A_8^5 = \frac{8!}{(8-5)!} = 6720$

Vậy có tất cả 5.6720 = 33600 số như vậy

b. Số có 6 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Vì số cuối chẵn nên $a_6 \in$ {2,4,6,8} có 4 cách chọn

Số đầu lẻ nên $a_1 \in$ {1,3,5,7,9} có 5 cách chọn

- Chọn 4 chữ số còn lại trong tổng 9 - 2 = 7 phần tử ta có $A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = 840$

Vậy có 4.5.840 = 16800 số

c. Số có 5 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Vì a_1 , a_5 chẵn nên $\in$ {2,4,6,8}⇒ a_1 có 4 cách chọn,a_5 có 3 cách chọn

- Chọn 3 chữ số còn lại trong tổng 9 - 2 = 7 phần tử ta có $A_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!} = 210$

- Vậy có tất cả 4.3.210 = 2520 số

Ví dụ 4: Cho tập A = {1,2,3,4,5,6}

a. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một và không bắt đầu bằng 345

b. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau đôi một và chữ số 2 luôn có mặt đúng một lần

c. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau đôi một và chữ số 2 luôn có mặt đúng một lần

Giải

a.Số có 5 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

chọn 5 chữ số trong tổng 6 chữ số ta được $A_6^5 = \frac{6!}{(6-5)!} = 720$

số các số bắt đầu bởi 345 có dạng $\overline{345a_4a_5}$ là $A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 6$

Vậy số cần tìm là 720 - 6 = 714 số

b.Số có 4 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4}$

Chữ số 2 luôn có mặt đúng một lần nên có 4 vị trí cho số 2

Coi một vị trí bất kì là số 2 vậy còn 3 chữ số được chọn trong 5 phần tử còn lại

$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$

Vậy có 4.60 = 240 số

c.Số có 4 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ do n chẵn nên $a_4 \in \{2,4,6\}$

Chữ số 2 luôn có mặt đúng một lần nên xét 2 trường hợp

Trường hợp 1: $a_4 = 2$,số cách chọn cho 3 chữ số còn lại lai $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$

Trường hợp 1: $a_4 \neq 2$ nên a_4 có 2 cách chọn

- có 3 vị trí cho số 2
- chọn 2 vị trí còn lại trong tổng 4 phần tử là $A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = 12$ (trừ a_4 , trừ 2)

Ta được 2.3.12 = 72

Vậy có tất cả 72 + 60 = 132 số

Ví dụ 5:Cho tập A = {1,2,3,4,5,6,7,8}

a.Từ tập có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số 3 luôn có mặt đúng một lần

b. Từ tập có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số 3 luôn có mặt đúng một lần và chữ số đứng đầu lẻ

Giải:

a.Số có 5 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

TH1: $a_5 = 3$

Chọn 4 chữ số còn lại ta được $A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = 840$

TH2: $a_5 \neq 3$

- a_5 có 3 cách chọn
- có 4 vị trí cho số 3
- có A_6^3 cách chọn 3 chữ số còn lại

Vậy có 3.4. A_6^3 + A_7^4 = 2280 số

c. Số có 5 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

TH1: Nếu $a_1 = 3$

- a_6 có 3 cách chọn {1,5,7}

- chọn 4 chữ số còn lại có A_6^4 cách

$\Rightarrow$ có 3. A_6^4 số

TH2: $a_1 \neq 3$

1.Nếu $a_6 = 3$ thì a_1 có 3 cách chọn, chọn 4 chữ số còn lại được A_6^4 $\Rightarrow$ có 3. A_6^4 số

2. Nếu $a_6 \neq 3$

- a_1 có 3 cách chọn,a_6 có 2 cách chọn,có 4 vị trí cho chữ số 3,chọn 3 chữ số còn lại được A_5^3

$\Rightarrow$ TH2 = 1 + 2 = 3. A_6^4 + 3.2.4. A_5^3

Vậy có tất cả 3. A_6^4 + 3. A_6^4 + 3.2.4. A_5^3 = 3600 số cần tìm

Ví dụ 8: Cho tập A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

a. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số đứng giữa không chia hết cho 5,chữ số 5 luôn có mặt đúng một lần và chữ số cuối lẻ
b. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm có 6 chữ số đôi một khác nhau hai chữ số 1 và 3 luôn đứng cạnh nhau

Giải

a) Số có 5 chữ số khác nhau đôi một là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Chữ số đứng giữa không chia hết cho 5 nên : $a_3 \neq 5$

Cách 1 : Xét các trường hợp sau:

TH1 : $a_5 = 5$:

+ a_3 có 8 cách chọn

+ Chọn 3 chữ số còn lại có A_7^3 cách

$\Rightarrow$ có 8. A_7^3 số

TH2: $a_5 \neq 5$:

+ a_5 có 4 cách chọn

+ a_3 có 7 cách chọn (do $a_3 \neq 5$ và $a_3 \neq a_5$)

+ có 3 vị trí có 5 chữ số

+Chọn hai chữ số còn lại có A_6^2 cách

$\Rightarrow$ có 4.7.3. A_6^2 số

Vậy có tất cả: 8. A_7^3 + 4.7.3. A_6^2 =4200 số cần tìm

Cách 2:Dùng phép loại trừ :

B_1: tính số các số lẻ có năm chữ số trong đó chữ số 5 luôn có mặt đúng một lần là : A_8^4 +4.4. A_7^3

B_2 : Tính số các số lẻ có năm chữ số trong đó $a_3 = 3$ là: 4. A_7^3

Vậy có tất cả: A_8^4 + 4.4. A_7^3 - 4. A_7^3 =1200 số cần tìm

b) Gọi số cần tìm là: n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Cách 1 : Chia trường hợp :

TH1 : nếu $a_1 =1 \Rightarrow a_2 =3$:

Chọn 4 chữ số còn lại có A_7^4 cách

TH2: nếu $a_2 =1 \Rightarrow$ có hai vị trí cho chữ số 3

Chọn 4 chữ số còn lại có A_7^4 cách

$\Rightarrow$ có 2. A_7^4 số

TH3: a_3 =1: giống như TH2: có 2. A_7^4 số

TH4: a_4 =1:giống như TH2: có 2. A_7^4 số

TH5: a_5 =1:giống như TH2 : có 2. A_7^4 số

TH6: a_6 =1:giống như TH1

Vậy có tất cả: 2. A_7^4 + 4.2. A_7^4 =8400 số cần tìm

Cách 2:

Khi hai chữ số (1 và 3) luôn đứng cạnh nhau thì ta xem như hai chữ số (1,3) là một chữ số a. Khi đó ta lập một số có năm chữ số sao cho chữ số a luôn có mặt một lần ; rồi hoán đổi vị trí giữa hai chữ số 1,3 sẽ được các số cần tìm theo yêu cầu bài toán.

+ Chữ số a có 5 vị trí

+ Chọn 4 chữ số còn lại: A_4^7 cách

$\Rightarrow$ có 4. A_7^3 số

+ Hoán đổi vị trí giữa hai chữ số 1 và 3 ta được số các số cần tìm là: 2.5. A_7^4 =8400 số.

Ví dụ 9 .Cho tập hợp A= {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

a) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm có sáu chữ số đôi một khác nhau sao cho hai chữ số 1 và 3 không đứng cạnh nhau ?

b) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu chữ số gồm có sáu chữ số đôi một khác nhau sao cho hai chữ số lẻ không đứng cạnh nhau ?

Giải

a) Gọi số cần tìm là:: n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Bài toán này được giải bằng cách loại trừ theo hai bước sau :

B_1 : Tính số các số có sáu chữ số trong đó hai chữ số 1,3 luôn có mặt :

+Chữ số 1 có 6 vị trí

+Chữ sô 3 có 5 vị trí

+ Chọn bốn chữ số còn lại có A_7^4 cách

$\Rightarrow$ có 6.5. A_7^4 số

B_2 : Tính số các số có sáu chữ số trong đó hai chữ số 1 và 3 luôn đứng cạnh nhau :

+ Xem hai chữ số (1,3) là một chữ số a. Ta lặp một số có năm chữ số mà chữ số a luôn có mặt một lần :

- có 5 vị trí cho chữ số a
- Chọn 4 chữ số còn lại có A_7^4 cách

$\Rightarrow$ có 5. A_7^4 số mà chữ số a luôn có mặt một lần

+ Hoán đổi vị trí giữa số 1 và 3 trong chữ số a ta được 2.5. A_7^4 số mà hai chữ số 1 và 3 luôn đứng cạnh nhau.

Vậy có tất cả: 6.5. A_7^4 - 2.5. A_7^4 = 16800 số cần tìm theo yêu cầu bài toán.

b) Bài toán được giải theo các bước sau :

B_1 : Chọn hai chữ số lẻ trong năm chữ số lẻ

B_2 : Lấy một cặp số lẻ bất kỳ. giải như câu a

+ Chọn hai chữ số trong năm chữ số lẻ là : C_5^2

+ Lấy một cặp số lẻ điển hình như (1,3) (giải như câu a)

Vậy có: C_5^2 (6.5. A_7^4 - 2.5. A_7^4) = 168000 số cần tìm

<u>Ví dụ 10</u>.chọn tập A ={1,2,3,4,5,6,7,8,9}

a) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm có sáu chữ số đôi một khác nhau sao cho ha chữ số 1 và 5 luôn đứng cạnh nhau?

b) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm có sáu chữ số đôi một khác nhai sao cho hai chữ số 1 và 4 luôn đứng chanh nhau?

Giải

a) Gọi số cần tìm là : n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Số n là số chẵn nên a_6 = { 2,4,6,8} ⇒ a_6 có 4 cách chọn

Để đơn giản hơn, lúc này ta qui bài toán về yêu cầu mới là : Tìm các số có năm chữ số sao cho chữ số 1 và 5 luôn đứng cạnh nhau rồi đem ghép với chữ số a_6 sẽ được chữ số n cần tìm

Khi hai chữ số 1 và 5 luôn đứng cạnh nhau, ta xem (1,5) là một chữ số a.Ta lập một số có bốn chữ số sao cho chữ số a luôn có mặt :

-Chữ số a có 4 vị trí

- Chọn ba chữ số còn lại có A_6^3 cách

⇒ có 4. A_6^3 số

- Hoán đổi vị trí giữa hai chữ số 1 và 5 ta được: 2.4. A_6^3 số có năm chữ số mà (1,5) luôn đứng cạnh nhau.

- Các chữ số này đem ghép với chữ số a_6 ta được các số cần tìm là: 2.4. A_6^3.4 = 3840 số n.

b)Gọi số cần tìm là : n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Xét trường hợp sau :

TH1 : nếu a_6 =4 thì a_5 = 2 :

Chọn bốn chữ số còn lạo có A cách

TH2: nếu a_6 = 2 thì a_5 = 4:

Chọn bốn chữ số còn lại có A cách

TH3: nếu $a_6 \neq 4$ và $a_6 \neq 2$:

+ a 6 có 2 cách chọn

+ xem hai chữ số (2,6) là một chữ số a, ta lập một số có bốn chữ số sao cho chữ số a luôn có mặt một lần.

-Chữ số a có 4 vị trí

-Chọn ba chữ số còn lại có A_6^3 cách

⇒ có 4. A_6^3 số

+ Hoán đổi vị trí của hai chữ số a và 6 có 2.4. A_6^3 số

Vây có tất cả: 2. A_7^4 + 2.4. A_6^3 = 2640 số cần tìm

<u>Ví dụ 11</u>. cho tập hợp A ={ 1,2,3,4,5,6,7,8,9}

Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm có sáu chữ số sao cho chữ số 5 luôn có mặt 2 lần. Các chữ số còn lại có mặt một lần,

Giải

Gọi số cần tìm là : n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Cách 1: Xét hai trường hợp:

TH1: a_6 =5:

+ Do chữ số 5 luôn có mặt 2 lần nên 5 vị trí còn lại thì chữ số 5 có 5 vị trí.

+ Chọn 4 chữ số còn lại có A_8^4 cách

$\Rightarrow$ có 5 số có sau chữ sô mà a_6 =5

I TH2 : $a_6 \neq 5$: a_4 có 4 cách

Tha : $a_1 = 5 \Rightarrow a_2 \neq 5$

+ a_2 có 7 cách chọn ($a_2 \neq a_1$ và $a_2 \neq a_6$)

+có 3 vị trí cho chữ số 5

+ chọn 2 chữ số còn lại có A_6^2 cách

$\Rightarrow$ Ta có: 7.3.4. A_6^2 = 2520 số

Thb:a 2 = 5 $\Rightarrow a_1 \neq 5$ và $a_3 \neq 5$

+ a_1 có 7 cách chọn

+ a_3 có 6 cách chọn

+ có 2 vị trí cho chữ số 5

+ Chọn 1 chữ số còn lại có A_5^1 cách

$\Rightarrow$ thb: có: 4.7.6.2 - A_5^1 = 1680 số

Thc: a_3 = 5: giống như thb

Thd: a_4 =5 : giống như thb

The: a_5 = 5: giống như tha

Vậy có: 5. A_8^4 + 2.2520 + 3.1680 = 18480

Ví dụ 12: Cho tập A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số khác nhau sao cho 1,2,3 luôn đứng cạnh nhau

Giải:

- 1,2,3 luôn đứng cạnh nhau ta coi là một số a nào đó,chữ số a này có 5 vị trí
- Chọn 4 chữ số còn lại ta có A_6^4 cách
- Hoán đổi vị trí của 1,2,3 ta có 3! Cách

Vậy có 3!.4. A_6^4 = 10800 số cần tìm

Dạng 2: Tập A có chứa số 0

Phương pháp giải toán:

Bước 1: Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3....a_n}$ ($a_1 \neq 0$)

Bước 2: Liệt kê các tính chất mà số n cần thỏa mãn

Bước 3:Xử lý các tính chất

- Nếu có nhiều tính chất độc lập nhau thì ta không chia trường hợp
- Nếu một chữ số a nào đó cụ thể có mặt 1,2,3… lần thì phải chia trường hợp vì a = a_1 sẽ khác với a $\neq a_1$
- Nếu 2 hay nhiều chữ số trong n có cùng tính chất thì chia trường hợp

Bước 4: Dùng các qui tắc cộng, nhân giải quyết bài toán

<u>Ví dụ 1</u>: Cho tập A = {0,1,2,3,4,5,6}.Từ tập A có thể lập được

a.Bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau

b.Bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số này đều lẻ

Giải:

a. Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Số này ko có tính chất,có chứa số 0 nên ta làm như sau :

- a_1 có 6 cách chọn (vì $a_1 \neq 0$)
- Chọn 4 chữ số còn lại ta được A_6^4 cách

$\Rightarrow$ có 6. A_6^4 = 2160 cách

b. Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

vì n là số lẻ nên $a_5 \in \{1,3,5\}$ do đó a_5 có 3 cách chọn

- a_1 có 5 cách chọn do ($a_1 \neq 0$ và $a_1 \neq 5$)
- Chọn 3 chữ số còn lại ta có A_5^3

Vậy có 3.5. A_6^4 =900 số

Ví dụ 2 : Cho tập A = {0,2,4,5,6,9}Từ tập A có thể lập được

a. Bao nhiêu số có 4 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5
b. Bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau

Giải

a.Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4}$

Vì n chia hết cho 5 nên a_4 = {0,5},ta chia bài toán làm hai trường hợp

TH1:Nếu a_4 = 0 (hiển nhiên $a_1 \neq 0$) vậy 3 số còn lại có A_5^3 cách

TH2: Nế a_4 = 5,thì a_1 có 4 cách chọn vì $a_1 \neq 0$ và $\neq 5$

Chọn 2 số còn lại ta có A_4^2 $\rightarrow$ có 4. A_4^2

Vậy có tất cả A_5^3 + 4. A_4^2 = 108 số cần tìm

b. Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4}$

Vì n là số chẵn nên a_4 = {0,2,4,6}, ta chia bài toán làm hai trường hợp

TH1 : Nếu a_4 = 0 thì chọn 3 số còn lại ta được A_5^3 cách

TH2 : Nếu $a_4 \neq 0$ thì sẽ có 3 cách chọn a_4

- có 4 cách chon a_1
- chọn 2 số còn lại ta có A_4^2

$\rightarrow$ có 4. A_4^2

Vậy có tất cả A_5^3 + 4. A_4^2 = 108 số cần tìm

<u>Cách 2 : Dùng phép đếm loại trừ</u> :

- Đếm số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 5

+ a_4 có 2 cách chọn

+ chọn ba chữ số còn lại là A_5^3 $\Rightarrow$ có 2. A_5^3

- Đếm số có 4 chữ số chia hết cho 5 mà a_1 = 0 là A_4^2

Vậy có 2. A_5^3 - A_4^2 = 108 số

Ví dụ 3: Cho tập A = {0,1,2,3,4,5,6,7}.Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số có:

a.Năm chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2

b.Sáu chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số 2 luôn có mặt đúng 1 lần

Giải:

. Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ do số này chia hêt cho 2 nên a_5 = {0,2,4,6}

Cách 1: Xét trường hợp

TH1: Nếu a_5 = 0 ta chọn 4 chữ số còn lại thì được A_7^4 cách

TH2: Nếu $a_5 \neq 0$

- a_5 có 3 cách chọn
- a_1 có 6 cách chọn (do $a_1 \neq 0, \neq a_5$)
- Chọn 3 chữ số còn lại ta được A_6^3

$\Rightarrow$ 3.6. A_6^3 cách

Vậy ta được A_7^4 + 3.6. A_6^3 = 3000 số cần tìm

Cách 2 dùng phép loại trừ:

1. Tính số có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 2

- a_5 có 4 cách chọn
- 4 só còn lại có A_7^4 cách chọn

$\Rightarrow$ có 4. A_7^4 số

2. Tính số có 5 chữ số khác nhau mà chia hết cho 2 và a_1 = 0

- a_5 có 3 cách chọn
- chọn 3 chữ số còn lại ta có A_6^3

$\Rightarrow$ có 4. A_7^4 - 3. A_6^3 = 3000 số

b. Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

TH1 : Nếu a_1 = 2,chọn 5 chữ số còn lại ta được A_7^5 cách

TH2 : Nếu $a_1 \neq 2$

- a_1 có 6 cách chọn (do $a_1 \neq 0,2$)
- có 5 vị trí cho chữ số 2
- chọn 4 chữ số còn lại có A_6^4

$\Rightarrow$có 6.5. A_6^4

Vậy có tất cả A_7^5 + 6.5. A_6^4 = 13320 số

Ví dụ 4: Cho tập A = {0,1,2,4,5,7,8,9}Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số

a.Có năm chữ số khác nhau và lớn hơn 50.000

b.Có năm chữ số khác nhau và đều là các số chẵn

Giải:

a.Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ do n > 50000 nên $a_1 \in \{5,7,8,9\}$

a_1 có 4 cách chọn , chọn 4 chữ số còn lại có A_7^4 cách

Vậy có 4. $A_7^4 = 3360$ số

b.Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ vì n là số chẵn nên a_5 = {0,2,4,8}

TH1: nếu a_5 = 0, chọn 4 số còn lại ta có A_7^4 cách

TH2: nếu $a_5 \neq 0$ thì a_5 có 3 cách chọn

- a_1 có 6 cách chọn ,ba chữ số còn lại có A_6^3

$\Rightarrow$ có 3.6. A_6^3

Vậy có A_7^4 + 3.6. A_6^3 = 3000 số

Ví dụ 4: Cho tập hợp A ={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}.Từ Tập A có thế lập được bao nhiêu số:

a) Có sáu chữ số khác nhau sao cho chữ số 1 va 3 luôn đứng cạnh nhau?
b) Có sáu chữ số khác nhau sao cho chữ số 0 và 7 không đứng cạnh nhau?

Giải

a) Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Xét hai trường hợp sau :

TH1 : nếu $\overline{a_1a_2}=\overline{13}$:

Chọn 4 chữ số còn lại A_8^4 cách $\Rightarrow$ có A_8^4 số

TH2 :Nếu $\overline{a_1a_2}\neq\overline{13}$:

+ a_1 có 7 cách chọn ($a_1 \neq 0; a_1 \neq 3$)

+ Có 4 vị trí cho $\overline{13}$

+ Chọn 4 chữ số còn lại có A_7^3 cách

$\Rightarrow$ có 6.4.A_7^3 số

Vậy có: A_8^4 + 6.4.A_7^3 số mà (1,3) luôn đứng cạnh nhau.

Do vai trò của $\overline{13}$ cũng giống vai trò của $\overline{31}$ nên có tất cả:

2(A_8^4 + 6.4 A_7^3) =13440 số cần tìm

b) Gọi số cần tìm là n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Giải theo các bước sau :

B 1: Tính số tạo thành có sáu chữ số bất kì:

+a 1 có 9 cách chọn (a 1 ≠ 0)

+ Chọn 5 chữ số còn lại có A_9^5 cách

$\Rightarrow$ có 9.A_9^5 số

B_2 : Tính số các số có 0,7 đứng cạnh nhau:

Tha: hai chữ $\overline{70}$:

+ có 5 vị trí $\overline{70}$

+ chọn 4 chữ số còn lại có A_8^4 cách :

⇨ có 5. A_8^4 số có sáu chữ số mà có 70

Thb: hai chữ số $\overline{07}$:

+ có 4 vị trí cho 07

+ chọn 4 chữ số còn lại có A_8^4 cách :

⇨ có: 4.A_8^4 số có sáu chữ số mà

Do đó có : 5.A_8^4 + 4.A_8^4 = 9.A_8^4 số mà (0,7) luôn đứng cạnh nhau

B3: số các số cần tìm là :

9.A_9^5 - 9.A_8^4 = 120960 số

Ví dụ 5 : cho tập hợp A= { 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} . Từ tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số khác nhau sao cho :

a) luôn có mặt hai chữ số 0 và 9

b) hai chữ số 1 và 6 không đứng cạnh nhau

Giải

a) gọi số cần tìm là : n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$

TH1 : Hai chữ số $\overline{90}$

+ có sáu vị trí cho cho chữ số $\overline{90}$

+ chọn 5 chữ số còn lại có : A_8^5 cách

⇨ có 6. A_8^5 số có 7 chữ số mà hai chữ số $\overline{90}$

TH2: Hai chữ số $\overline{09}$

+ có 5 vị trí có chữ số $\overline{09}$

+ chọn 5 chữ số còn lại có A_8^5 cách

$\Rightarrow$ có 5. A_8^5 số có 7 chữ số mà hai chữ số $\overline{09}$

Vậy có tất cả: 6. A_8^5 + 5. A_7^5 = 11. A_8^5 số cần tìm

b) gọi số cần tìm là : n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$

Giải theo các bước sau :

B_1: tính số các số có 7 chữ số khác nhau bất kỳ:

+a_1 có 9 cách chọn

+ Chọn 6 chữ số còn lại có A_9^6 cách

$\Rightarrow$ có 9. A_9^6 số

B_2:Tính số các số có 7 chữ số khác nhau có chứa hai chữ sô 1.6 đứng cạnh nhau, xét hai trường hợp:

TH1: $\overline{a_1a_2}$ = $\overline{16}$

Có A_8^5 cách chọn 5 chữ số còn lại

TH2: $\overline{a_1a_2} \neq \overline{16}$

+ Có 5 vị trí cho chữ $\overline{16}$

+a_1 có 7 cách chọn (do a 1 ≠ 0: a 1 ≠ 6)

+Chọn 4 chữ số còn lại: A_7^4 cách

$\Rightarrow$ 5.7. A_7^4 cách

Từ hai trường hợp trên ta có số các số có chứa $\overline{16}$ là:

A_8^5 + 5.7. A_7^4

Tương tự ta cũng có: A_8^5 + 5.7. A_7^4 số các số có chứa $\overline{61}$

B_3 Vậy số các số thỏa mãn bài toán là:

9. A_9^6 - 2(A_8^5 + 5.7. A_7^4) = 472080 số

Ví dụ 6: Cho tập A ={ 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}.Từ tập A có thể tạo được bao nhiêu số:

a) Có sái chữ số khác nhau sao cho luôn có mặt hai chữ số 0 và 3
b) Có bảy chữ số khác nhau sao cho luôn có mặt hai chữ số 2 và 5

Giải

a) Gọi số cần tìm là: n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

+ Có 5 vị trí cho chữ số 0

+ Có 5 vị trí cho chữ số 3

+ Chọn 4 chữ số còn lại có A_8^4 cách

b) Gọi số cần tìm là: n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$

Cách 1 :Giải theo các bước sau :

B_1 : Tính số các số có 7 chữ số bất kỳ :

+ a_1 có 9 cách chọn

+ Chọn 6 chữ số còn lại có A_9^6 cách

$\Rightarrow$ có 9. A_9^6 số

B_2 Tính số các số có 7 chữ số có mặt chữ số 2 mà không có mặt chữ số 5 :

TH1 :$a_1 = 2$:

Chọn 6 chữ số còn lại có A_8^6 cách (bỏ đi chữ số 5)

$\Rightarrow$ có A_8^6 số

TH2 : $a_1 \neq 2$:

+ a_1 có 7 cách chọn ($a_1 \neq$ **0** ;$a_1 \neq 2$; $a_1 \neq 5$)

+ Có 6 vị trí cho 2 chữ số 2

+ Chọn 5 chữ số còn lại có A_7^5 cách (bỏ đi chữ số 5)

$\Rightarrow$ có 7.6. A_7^5 số

Từ hai trường hợp trên $\Rightarrow$ có : A_8^6 + 7.6. A_7^5 số

B_3 : Tính số các số có 7 chữ số; có mặt chữ số 5 mà không có mặt chữ số 2: giống như bước 2, ta cũng có: A_8^6 + 7.6. A_8^5 số

B_4 : Tính số các số có 7 chữ sô mà không có chữ số 2 và 5:

+ a_1 có 7 cách chọn (do $a_1 \neq$ **0** ;$a_1 \neq 2$; $a_1 \neq 5$)

+ Chọn 6 chữ số còn lại có A_7^6 cách

$\Rightarrow$ có 7. A_7^6 số

B_5 : vậy số các số cần tìm là:

9. A_9^6 - 2(A_8^6 + 7.6. A_7^5) - 7. A_7^6 = 257040 số

Cách 2: xét các trường hợp sau

TH1: nếu a_1 =2:

+ Chữ số 3 có 6 vị trí

+ chọn 5 chữ số còn lại có A_8^5 cách

$\Rightarrow$có 6. A_8^5 số

TH2: nếu a_1 = 3: giống như TH2 $\Rightarrow$ có 6. A_8^5 số

TH3: $a_1 \neq 2$ và $a_1 \neq 3$:

+ Chữ số 2 có 5 vị trí

+ Chữ số 3 có 5 vị trí

+ a_1 có 7 cách chọn (do $a_1 \neq$ **0** ;$a_1 \neq 2$; $a_1 \neq 5$)

+ Chọn 4 chữ số còn lại có A_7^4 cách

$\Rightarrow$ có 6.5.7. A_7^4 số

Vậy có tất cả : 2.6. A_8^5 + 6.5..7. A_7^4 = 257040 số cần tìm

Cách 3: tính theo 2 bước sau:

B_1 :Tính số các số tạo thành chứa chữ số 0 và luôn có chữ số 2 và 5

+ có 6 cahcsh chọn cho chữ sô 0

+ có A_6^2 vị trí cho 2 chữ sô 2 và 5

+ có A_7^4 cách chọn 4 chữ số còn lại

$\Rightarrow$ có 6. A_6^2 . A_7^4 số

B_2:Tính số các số tạo thành không có chứa cố 0 và luôn có chữ số 2 và 5

+ có A_7^2 cách chọn vị trí cho hai chữ số 2 và 5

+ có A_8^5 cách chọn 5 chữ số còn lại

$\Rightarrow$ có A_7^2 . A_8^5 số

Theo quy tắc cộng ta có tất cả các số là:

6. $A_6^2 . A_7^4$ + $A_7^2 . A_7^5$ = 257040 số cần

Bài 11: Cho tập A = { 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}.Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số

a) Có 6 chữ số khác nhau sao cho luôn có mặt 3 chữ số 0,2,4?

b) Có 7 chữ số khác nhau sao cho luôn có mặt 7 chữ số 1,3,5,7?

Giải

a) Gọi số cần tìm là: n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

+ Có 5 vị trí cho chữ sô 0

+ Có 5 vị trí cho chữ số 2

+ Có 4 vị trí có chữ số 4

+ Chọn 3 chữ số còn lại có A_7^3 cách

$\Rightarrow$ có 5.5.4. A_7^3 số cần tìm.

b) Gọi số cần tìm là: n = $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$

Nhận xét : Khi các số tạo thành luôn có từ 3 chữ số cho trước trở lên thì ta nên sử dụng cách 2 hoặc cách 3 vì sử dụng cách 1 rất dài

Cách 1 : Xét các trường hợp :

Th1 :Khi a_1 =1 cũng giống như khi a_1 = {3,5,7}

+ a_1 có 4 cách chọn

+ có 6 vị trí cho chữ số 3

+ Có 5 vị trí cho chữ số 5

+ Có 4 vị tí cho chữ số 7

+ Chọn 3 chữ số còn lại A_6^3 cách

$\Rightarrow$ có : 4.6.5. A_6^3 số

TH2:a_1 **≠ 1;**a_1 **≠ 3;**a_1 **≠6 và** a_1 **≠7:**

+ a_1 có 5 cách chọn

+ Có A_6^4 vị trí cho 4 chữ số 1.3.5.7

+ Chọn hai chữ số còn lại có A_5^2 số

Vậy có tất cả: 4.6.5.4. A_6^3 + 5. $A_6^4 . A_5^2$ = 93600 số cần tìm

Cách 2: Giải theo hai bước sau:

B_1:Tính số các số có chữ số 0 và luôn có mặt 4 chữ số 1.3.5.7

+ Có 6 vị trí cho chữ số 0

+ Có A_6^4 cách chọn vị trí cho 4 chữ số 1,3,5,7